

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЗИРОВАННЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ

Н.С.Ерохин¹⁾, В.Н.Дамгов²⁾, Н.Н.Зольникова¹⁾, Л.А.Михайловская¹⁾

¹⁾ Институт космических исследований – РАН, Москва, Россия

²⁾ Институт космических исследований – БАН, ул. Московска №6, 1000 София
nerokhin@mx.iki.rssi.ru; vdamgov@bas.bg

MODELING OF CHAOTIC GEOPHYSICAL FIELDS IN THE PRESENCE OF COHERENT STRUCTURES

N.S. Erokhin ¹⁾, V.N. Damgov ²⁾, N.N. Zolnikova ¹⁾, L.A. Mohajlovskay ¹⁾

¹⁾ Space Research Institute - RAN, Moscow, Russia

²⁾ Space Research Institute, 6 Moskovska Str., Sofia, Bulgaria
nerokhin@mx.iki.rssi.ru; vdamgov@bas.bg

Key words: хаос, структурные функции, когерентность, выборка, атмосфера.

Abstract: It is performed the modeling of chaotic geophysical fields in the presence of localized coherent structures of finite amplitude. The initial model data retrieval was chosen as the superposition of the turbulent fluctuations with power-law spectrum and localized coherent components characterized by finite amplitude and some scales. Such type of retrievals obtained usually under measurements of the wind field in cyclogenesis zones. The analysis of structural functions (SF) for these fields is given including the investigation of coherent structures influence on SF behavior in the dependence on scale. The scale regions of essential influence of coherent structures on SF behavior are determined. The approach developed is of great importance for remote sensing data processing, in particular, the atmospheric data collections and for the physical interpretation of these processing results.

Постановка задачи и результаты

Изучение структурных характеристик хаотизированных геофизических полей представляет интерес для ряда практических приложений, например, исследований тепло- и массо переноса в пограничном слое атмосферы, для анализа механизмов возбуждения и поддержания неоднородных течений, физики МГД-турбулентности в плазме солнечного ветра, исследований процессов формирования интенсивных крупномасштабных вихревых структур типа тайфунов и ураганов, прогнозирования распространения пассивных примесей и развития кризисных природных явлений, для мониторинга геофизических полей космическими средствами, обработки данных дистанционного зондирования геофизической среды и корректной физической интерпретации ее результатов (см. например, работы [1-13]). При исследовании структурных свойств хаотизированных геофизических полей в настоящее время широко

используется анализ структурных функций (СФ) с определением таких характеристик как, статистическая стационарность, перемежаемость, спектральные индексы, обобщенные размерности и др. на заданном массиве данных измерений [14-17]. Кроме получения статистических параметров при обработке данных важно выявить наличие когерентных структур, которые могут существенно влиять на динамику процессов, в частности, транспортные явления, генерацию крупномасштабных вихрей, гидродинамическое сопротивление и пр. В данном сообщении изложены результаты анализа возможного влияния когерентных структур (КС) малого и среднего масштабов на поведение структурных функций хаотизированного поля.

Перейдем к анализу структурных функций. Пусть данные измерений (компонента скорости газа, температура, и т.д.), которые обозначим переменной $y(i)$, представлены выборкой из N отсчетов ($i = 1, 2, \dots, N$). Если ℓ_0 разрешение измерительного прибора, то текущий масштаб будет $\ell_n = n\ell_0$, где $n = 1, 2, \dots$, а размер области измерений равен $L = N\ell_0$. Для удобства в дальнейшем используются безразмерные масштабы $n = \ell_n / \ell_0$. Структурная функция порядка m вычисляется по формуле

$$S_m(n) = [1 / (N - n)] \sum_i | y(i + n) - y(i) |^m . \quad (1)$$

Здесь $m > 0$ и может быть нецелым числом, а суммирование по i производится в пределах $1 \leq i \leq N - n$. Отметим, что на малых масштабах часто наблюдается степенной скейлинг структурных функций следующего вида $S_m(n) \approx V_m n^{g(m)}$, где $g(m)$ - скейлинговая экспонента. Для $m = 1$ получаем индекс Херста $H = g(1)$, а индекс спектра мощности турбулентных флуктуаций α выражается через $g(2)$ и равен $\alpha = 1 + g(2)$. Отметим, что в отсутствие перемежаемости для однородной изотропной колмогоровской турбулентности $g(m) = m / 3$ [17], а в случае спиральной однородной турбулентности $g(m) = 2m / 3$ [16].

Массив геофизических данных моделировался рядом следующего вида

$$y(i) = \sum_k b_k \sin [(2\pi i k / M) + \Psi_k] , k = 1, 2, \dots, M, i = 1, 2, \dots, N . \quad (2)$$

В (2) для фаз гармоник Ψ_k использовались случайная выборка из интервала $(- \pi, \pi)$ либо аналитическое представление типа

$$\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\pi \cdot k) + 6.7 \cdot \sin(2.1 \cdot k) + 5.67 \cdot \sin(1.71 \cdot k) + 4.64 \cdot \sin(1.49 \cdot k) + 3.61 \cdot \sin(1.31 \cdot k) .$$

Распределение амплитуд гармоник b_k принималось степенным $b_k = b_0 / k^\beta$ с экспонентой β . Для описания профиля локализованных когерентных структур использовались функции $\delta y_m(i) = A_m / [1 + \chi_m \cdot (i - a_m)^2]$, где A_m - амплитуда возмущения, a_m - положение центра КС, параметр χ_m определяет полуширину $\Delta i = 1 / \chi_m^{1/2}$ когерентной структуры.

Рассмотрим фоновую ситуацию с быстроспадающим спектром флуктуаций, когда $\beta = 7 / 6$, $b_0 = 1$, $N = M = 2000$. График функции $y(i)$ приведен на рис.1а, $\max y(i) \approx 1.54$. Добавим к полю $y(i)$ крупномасштабную КС с параметрами $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0.4$, $a_1 = 500$, $a_2 = 911$, $a_3 = 1319$, $a_4 = 1607$, $\chi_m = 3 \cdot 10^{-6}$, $\Delta i \approx 577$ причем $\max \delta y \approx 1.13$. Вычисление структурных функций (1) для фонового поля $y(i)$ и с учетом вклада крупномасштабной структуры $z(i) = y(i) + \sum_m \delta y_m(i)$ показывает, что при добавлении

крупномасштабной КС ее влияние заметно только на больших масштабах $n > 500$. В качестве подтверждения на рис.1б представлены графики структурных функций $S_1(n)$, $S_4(n)$ для полей $y(i)$ и $z(i)$ в log-log масштабе. Для структурной функции 4-го порядка $S_4(n)$ аналитическая аппроксимация имеет вид $S_4(n) \approx 1.33 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2.8} / [1 + (n / 50)^{1.2}]$.

Для анализа влияния более мелкомасштабных КС добавим к фоновому полю $y(i)$

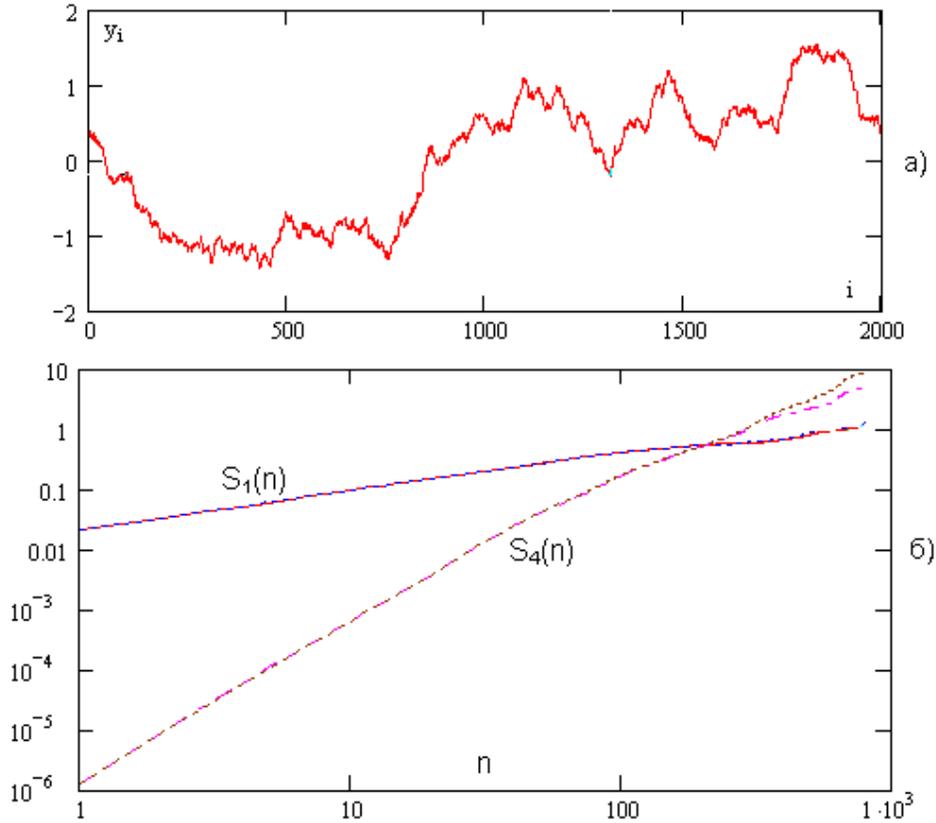


Рис.1.

четыре когерентных структуры с параметрами $A_1 = 1.2$, $A_2 = 1.07$, $A_3 = 0.91$, $A_4 = 0.83$, $a_1 = 371$, $a_2 = 713$, $a_3 = 1201$, $a_4 = 1547$, $\chi_m = 0.001$, $\Delta i \approx 32$ причем $\max \delta y \approx 1.21$. Графики переменных $z(i)$, $y(i)$ приведены на рис.2а. Вычисление структурных функций с

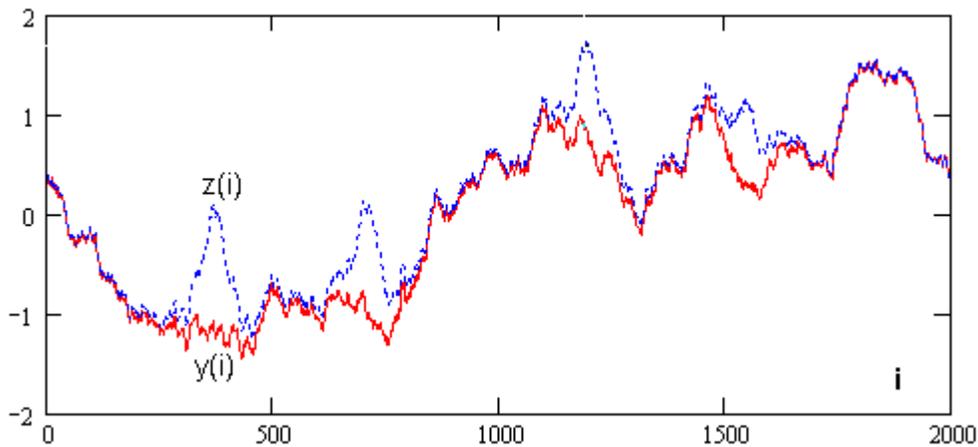


Рис.2а.

учетом вклада в $S_m(n)$ мелкомасштабных КС приводит к следующим результатам. Распределенные по длине выборки КС дают систематическое увеличение наклона СФ в log-log масштабах. Для структурной функции $S_1(n)$ это область $n < 164$, в случае $S_4(n)$ область уже $n < 100$. Аналитическая аппроксимация $S_1(n)$ для поля $y(i)$ может быть дана выражением $S_1(n) \approx 0,0216 \cdot n^{0,71}$, а для поля $z(i)$ формулой $S_1(n) \approx 0,0216 \cdot n^{0,65}$. Структурные функции 4-го порядка имеют аппроксимации: $S_4(n) \approx 1,33 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2,64}$ для поля $y(i)$ и $S_4(n) \approx 1,54 \cdot 10^{-6} \cdot n^{2,86}$ для поля $z(i)$. Для иллюстрации изложенного графики структурных функций $S_1(n)$, $S_4(n)$ полей $y(i)$ и $z(i)$ представлены на рис.2б и рис.2в.

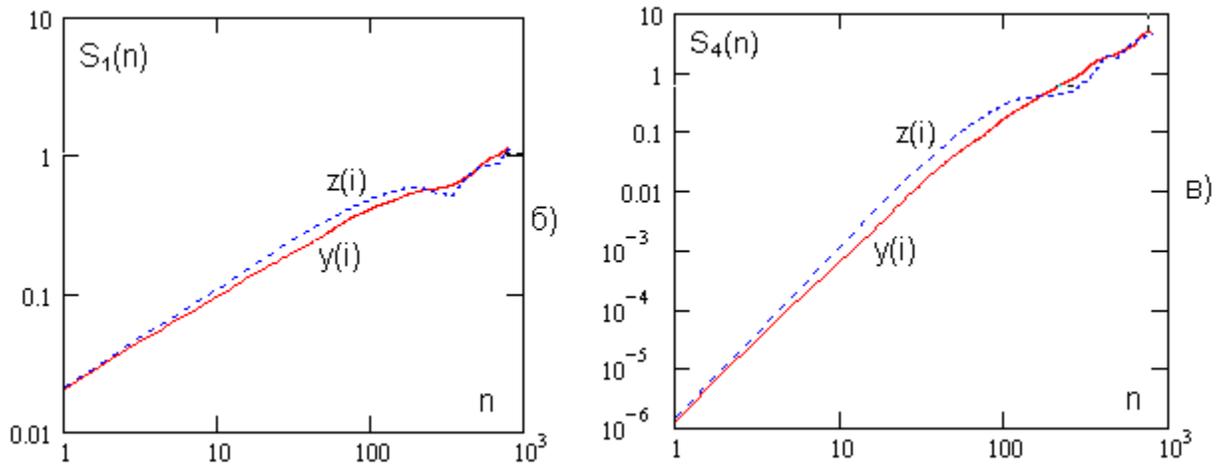


Рис.2.

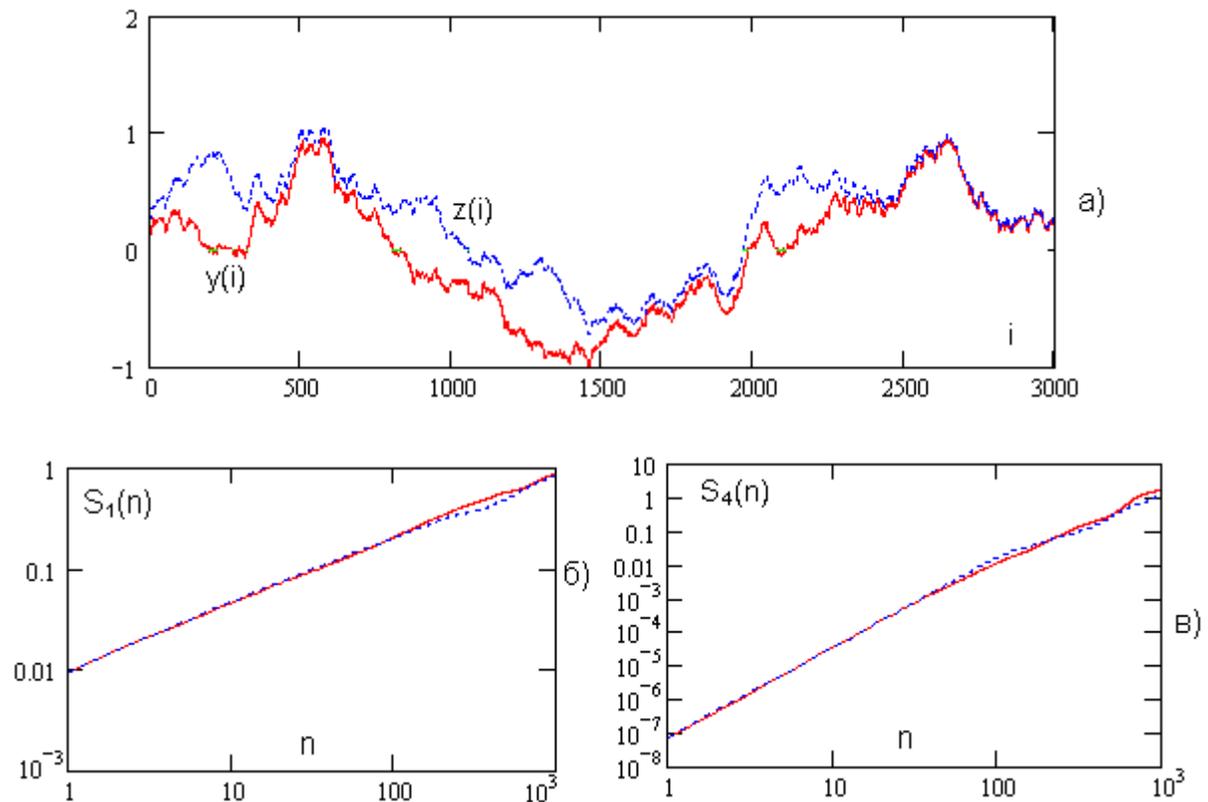


Рис.3.

Аналогичные результаты получаются при выборе для фаз гармоник указанных выше аналитических аппроксимаций. В частности, для четырех когерентных структур с параметрами $A_1 = 0.8$, $A_2 = 0.61$, $A_3 = 0.7$, $A_4 = 0.55$, $a_1 = 213$, $a_2 = 911$, $a_3 = 1310$, $a_4 = 2117$, $N = M = 3000$, $\Delta i_1 \approx 90.1$, $\Delta i_2 \approx 95.2$, $\Delta i_3 \approx 101$, $\Delta i_4 \approx 108$ при $\max y \approx 1$ графики $y(i)$, $z(i)$ и структурных функций $S_1(n)$, $S_4(n)$ даны на рис.3. Как видим, в log-log масштабе различия структурных функций для полей $y(i)$, $z(i)$ невелики. Более наглядными будут графики функций $Q_1(n) = Sz_1(n)/Sy_1(n)$, $Q_4(n) = Sz_4(n)/Sy_4(n)$, являющихся отношениями $S_1(n)$ и $S_4(n)$ для полей $y(i)$, $z(i)$. Функции $Q_1(n)$, $Q_4(n)$ приведены на рис.4. Согласно рис.4, различия структурных функций весьма существенны, в особенности, на малых $n \sim 100$ и больших $n \sim 800$ масштабах, что соответствует типичному масштабу рассмотренных КС, а также (примерно равномерному) распределению их по длине выборки.

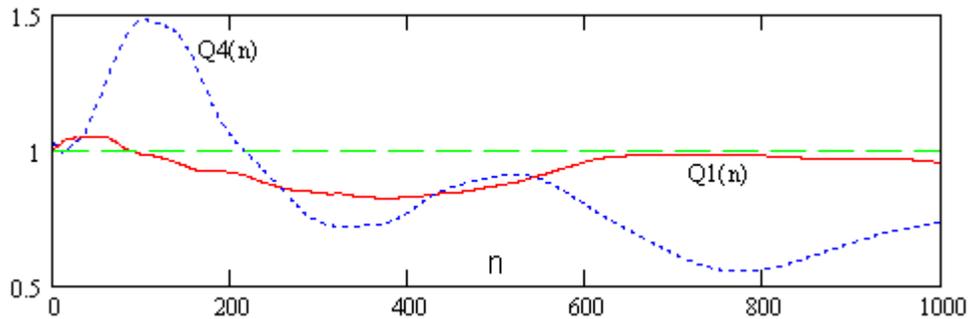


Рис.4.

Заключение

Проведенный анализ показывает, что присутствие локализованных когерентных структур модифицирует структурные функции геофизического поля, на графиках СФ в log-log масштабе меняются средние наклоны кривых. Поскольку обычно в основной части масштабов профиль СФ близок к степенному КС увеличивает экспоненту структурной функции. Вычисления также показывают, что на малых масштабах при наличии КС возрастает автокорреляционная функция сигнала.

Вклад КС наиболее существенен на масштабах n порядка характерного размера КС. С уменьшением спектрального индекса фоновых флуктуаций β (при неизменных прочих параметрах задачи) вклад КС в СФ несколько снижается.

Различия между фоновой обстановкой и случаем присутствия когерентных структур наиболее очевидно при рассмотрении относительных структурных функций

$$R_{y_m}(n) = S_{y_m}(n) / S_{y_1}(n), \quad R_{z_m}(n) = S_{z_m}(n) / S_{z_1}(n),$$

где индексы y, z относятся соответственно к фоновой обстановке и к случаю наличия в сигнале когерентных структур. Дополнительный анализ показал, что для изученных выше выборок существенные различия функций $R_{y_m}(n)$ и $R_{z_m}(n)$ возникают на достаточно больших масштабах, конкретно для $n \geq 300$.

Безусловно длина рассмотренных в работе выборок еще сравнительно невелика и представляет интерес исследование в дальнейшем массивов данных с числом отсчетов на уровне ($10^4 \div 10^5$), когда помимо улучшения статистического усреднения

по выборке будут лучше проявляться инерционные интервалы турбулентности. Кроме того важен анализ возможных вариаций скейлинговой функции $g(m)$ при наличии когерентных структур.

Литература

1. Барышникова Ю.С., Заславский Г.М., Лупян Е.А., Моисеев С.С., Шарков Е.А. - Исследование Земли из космоса, 1989, № 1, с. 17-25.
2. Lazarev A.A., Moiseev S.S. Geophysical Precursors of Early Stages of Cyclogenesis. - Preprint IKI RAS, Pr-1844, 1990, - 42 p.
3. Ерохин Н.С., Моисеев С.С. Некоторые общие характеристики и механизмы развития природных кризисных процессов. - В сб. "Проблемы геофизики XXI века" (двухтомник), М.: Наука, т.1, с.160-182, 2003.
4. Branover H., Eidelman A., Golbraikh E. and S.Moiseev. Turbulence and Structures. Chaos, Fluctuations and Self-organization in Nature and in the Laboratory, San-Diego, Academic Press, 1998, - 270 p.
5. Моисеев С.С. Спиральный механизм генерации крупномасштабных структур в сплошных средах. - Физика плазмы, 1990, т.16, вып.8, с.951-958.
6. Marsh E., Tu C.Y. Intermittency, non-Gaussian statistics and fractal scaling of MHD fluctuations. - Nonlinear Processes in Geophysics, 1997, v.4, № 1, p.101-124.
7. Horbury T.S., Balogh A. Structure function measurements of the intermittent MHD turbulent cascade. - Nonlinear Processes in Geophysics, 1997, v.4, № 3, pp.185-199.
8. Marshak A., Davies A., Wiscombe W., Cahalan R. Scale-invariance of liquid water distribution in marine stratocumulus. Part II. Multifractal properties and intermittency issues. - Journal of Atmospheric Sciences, 1997, v.54, № 11, pp.1423-1444.
9. Дворянинов Г.С., Шокуров М.В. Фрактальность и скейлинговые свойства течений в Экваториальной Атлантике. - Морской гидрофизический журнал, 1995, № 2, с.52-56.
10. Мухамедов В.А. О фрактальной размерности временного подобия последовательности сейсмических событий и иерархической структуре земной коры. - Физика Земли, 1992, № 3, с.39-49.
11. Schertzer D., Lovejoy S., Schmitt F., Chigirinskaya Y. and D. Marsan. Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency. - Fractals, 1997, v.5, № 3, pp.427-471.
12. Haasley T.C., Jensen M.H., Kadanoff L. Et. Al. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. - Physical Review, 1986, v.A33, № 2, pp.1141-1151.
13. Айманова Г.К., Демченко Б.И., Макаренко Н.Г. Прикладные методы топологического анализа нелинейной динамики. - Препринт Астрофизического института АН КазССР, Алма-Ата, 1990, № 90-93, - 51 с.
14. Osborne A.R., Provenzale A. Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra. - Physica D, 1989, v.35, № 2, pp.357-381.
15. Litvinenko L.N., Ryabov V.B., Usik P.V., Vavriv D.M. Correlation Dimension: The New Tool in Astrophysics. - Institute of Radio Astronomy, Academy of Sciences of Ukraine, Preprint № 64, Kharkov, 1992, - 53 p.
16. Моисеев С.С., Чхетиани О.Г. Спиральный скейлинг в турбулентности. - ЖЭТФ, 1996, т.110, вып.1(7), с.357-370.
17. Турбулентность. Принципы и применения. - Под ред. У.Фроста и Т.Моулдена, М.:Мир, 1980, - 535 с.